PRUEBA N° 1

Instrucciones

:
- **NO HAY CONSULTAS**.
- Las respuestas sin desarrollo y/o justificación no dan puntaje.
- Recuerde que debe realizar su prueba en su sección respectiva. Si no es así, no será corregida y obtendrá nota mínima.
- Queda totalmente prohibido el uso de calculadoras programables y **celulares**.

Secciones:

A : Prof. Wilfred Flores. **B** : Prof. Armin Gusenbauer. **C** : Prof. Steen Ryom - Hansen

Apellido Paterno	Apellido Materno	Nombres

Corrección

	Puntaje
Pregunta 1	
Pregunta 2	
Pregunta 3	
Pregunta 4	
Pregunta 5	
Total	

Nota=$1+\frac{Puntos}{10}$.

Duración= 60 minutos

1. **[10 pts]** Dadas las matrices $A = (a_{i,j}), B = (b_{i,j}) \in \mathbb{M}_{50}(\mathbb{R})$, definidas por:
$A = (a_{ij}) = \begin{cases} i + j & \text{si } i \leq 20 \\ 5 & \text{si } i > 20 \end{cases}, \quad B = (b_{ij}) = \begin{cases} 3 & \text{si } i \leq 20 \\ j & \text{si } i > 20 \end{cases}$

   (a) **[3 pts]** Hallar $elem_{15,30}(2A + B)$

   (b) **[7 pts]** Hallar $elem_{30,15}(AB)$

2. **[20 pts]** Considere el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & - & z & = & 2-k \\ 2x & + & ky & - & 4z & = & 2 \\ (k-1)x & + & y & + & 2z & = & 2k-2 \end{array}$$

   Determinar los valores del parámetro k, **si es que existen**, para que el sistema:

   (a) **[5 pts]** Tenga infinitas soluciones

   (b) **[5 pts]** No tenga solución

   (c) **[5 pts]** Tenga única solución

   (d) **[5 pts]** Para $k = 1$, encuentre al menos dos soluciones, del sistema dado.

3. **[10 pts]**

   (a) **[5pts]** Hallar la matriz $X \in \mathbb{M}_2(\mathbb{R})$, en la ecuación matricial :

$$(AX)^t + (CB)^{-1} = I_2 + X^t$$

   (b) **[5 pts]** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

   Hallar, por cualquier método, A^{-1}

4. **[10 pts]** Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Dado el polinomio $p(x) = x^3 - 3x^2 + 4$,
y sabiendo que: $A^3 = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 12 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

(a) **[2 pts]** Calcular det (A)

(b) **[4 pts]** Comprobar que $p(A) = \mathbb{O}$, es decir, que: $A^3 - 3A^2 + 4I_3 = \mathbb{O}$.

(c) **[4 pts]** A partir del resultado anterior, **y no de otra forma**, calcular A^{-1}.

5. **[10 pts]** Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(a) **[4 pts]** Hallar A^n , $n \in \mathbb{Z}^+$

(b) **[3 pts]** Hallar $S = A + A^2 + A^3 + \cdots + A^n$

(c) **[3 pts]** Hallar S^{-1}, si existe. Justifique